e-issn 2654-833X
p-issn 2443-3500
JUMLAHKU
Jurnal Matematika Ilmiah
Universitas Muhammadiyah Kuningan

Submited: 2025-04-14
Published: 2025-05-31

IMPLEMENTASI METODE *FIXED-POINT* DAN *NEWTON-RAPHSON* DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN NONLINEAR MENGGUNAKAN EXCEL

Silviana Dewi Anastasya[a)*], Anisa Nur Laila[a)], Afifa Nur Laili Mufliha[a)], Ari Wobowo[a)]

[a)] Program Studi Tadris Matematika, UIN Raden Mas Said Surakarta, Sukoharjo, Indonesia

***Corresponding Author:** anastasyaaa59@gmail.com, anisanurlaila0105@gmail.com, nurlaili040215@gmail.com, ari.wibowo@staff.uinsaid.ac.id

Article Info

Keywords:
nonlinear equations; Newton-Raphson method; Fixed-Point method; Microsoft Excel.

Abstract

This research discusses the comparison of Newton-Raphson and fixedpPoint methods in solving nonlinear equation systems with implementation using Microsoft Excel. Nonlinear equations often appear in various fields such as physics, engineering, and economics, so efficient numerical methods are needed to obtain accurate approximation solutions. Newton-Raphson is a method that uses a function derivative approach to accelerate convergence in root finding, while the Fixed-Point method relies on the recursive form $x = g(x)$ to obtain an iterative solution. The research method used involves a literature review as well as a case study of the implementation of both methods in Microsoft Excel. The literature study covers the basic theory and applications of both methods, while the case study is conducted by selecting a particular nonlinear equation and solving it using both methods. The iterative process of each method was analyzed to assess its effectiveness and efficiency in finding numerical solutions. The results show that the Newton-Raphson method has faster convergence than the Fixed-Point method, with an average of 64% fewer iterations in achieving an error tolerance value of 0.00001. However, this method requires the calculation of derivatives which can be an obstacle in some cases. In contrast, the Fixed-Point method is simpler to implement, but its convergence is slower and depends on choosing the right $g(x)$ function so that the iterations do not diverge. Thus, the choice of method should be tailored to the characteristics of the equation being solved to obtain optimal results in various contexts.

Kata Kunci: persamaan nonlinier; metode *Newton-Raphson*; metode *Fixed-Point*; *Microsoft Excel*

Penelitian ini membahas perbandingan metode *Newton-Raphson* dan *Fixed-Point* dalam menyelesaikan sistem persamaan nonlinier dengan implementasi menggunakan *Microsoft Excel*. Persamaan nonlinier sering muncul dalam berbagai bidang seperti fisika, teknik, dan ekonomi, sehingga diperlukan metode numerik yang efisien untuk mendapatkan solusi pendekatan yang akurat. *Newton-Raphson* adalah metode yang menggunakan pendekatan turunan fungsi untuk mempercepat konvergensi dalam pencarian akar, sedangkan metode *Fixed-Point* bergantung pada bentuk rekursif $x = g(x)$ untuk memperoleh solusi iteratif. Metode penelitian yang digunakan melibatkan kajian literatur serta studi kasus implementasi kedua metode dalam *Microsoft Excel*. Studi literatur mencakup teori dasar dan aplikasi dari kedua metode, sedangkan studi kasus dilakukan dengan memilih persamaan nonlinier tertentu dan menyelesaikannya menggunakan kedua metode tersebut. Proses iteratif pada setiap metode dianalisis untuk menilai efektivitas dan efisiensinya dalam mencari solusi numerik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode *Newton-Raphson* memiliki konvergensi lebih cepat dibandingkan metode *Fixed-Point*, dengan rata-rata iterasi 64% lebih sedikit dalam mencapai nilai toleransi kesalahan 0,00001. Namun, metode ini memerlukan perhitungan turunan yang dapat menjadi kendala dalam beberapa kasus. Sebaliknya, metode *Fixed-Point* lebih sederhana dalam implementasi, tetapi konvergensinya lebih lambat dan bergantung pada pemilihan fungsi $g(x)$ yang tepat agar iterasi tidak divergen. Dengan demikian, pemilihan metode harus disesuaikan dengan karakteristik persamaan yang diselesaikan untuk memperoleh hasil yang optimal dalam berbagai konteks.

PENDAHULUAN

Metode numerik merupakan serangkaian teknik perhitungan matematis yang digunakan untuk mendekati solusi dari berbagai permasalahan kompleks yang tidak dapat diselesaikan secara analitik secara langsung atau ketika solusi eksak sulit untuk diperoleh (Wayan, 2020). Metode numerik juga menjadi bagian penting dalam kurikulum pendidikan matematika dan teknik, yang biasanya diajarkan sebagai mata kuliah lanjutan setelah aljabar linear, kalkulus, dan matematika diskrit. Secara umum, materi dalam metode numerik difokuskan pada penyelesaian masalah yang diformulasikan secara matematis melalui operasi hitungan atau aritmetika, salah satunya seperti sistem persamaan nonlinier (Siswipraptini & Martono, 2015). Tujuan utama mata kuliah metode numerik adalah membekali mahasiswa dengan pemahaman konsep dasar serta keterampilan komputasional yang diperlukan untuk menerapkan metode-metode tersebut dalam menyelesaikan berbagai permasalahan nyata (Rezeki et al., 2024).

Metode numerik bekerja dengan menggunakan sekumpulan operasi aritmatika sederhana dan logika dasar terhadap himpunan bilangan atau data numerik yang diberikan, sehingga solusi yang diperoleh selalu berbentuk angka. Metode numerik disajikan dalam bentuk algoritma yang cepat dan mudah dihitung dengan pendekatan berbasis analisis matematis serta tambahan grafis dan teknik perhitungan sederhana (Hutagalung, 2017). Hal ini membedakannya dengan metode analitik yang menghasilkan solusi dalam bentuk fungsi matematis, yang kemudian masih memerlukan evaluasi lebih lanjut untuk memperoleh nilai numerik. Solusi yang diperoleh melalui metode numerik bukan merupakan nilai eksak, melainkan hanya mendekati nilai sejati, sehingga disebut sebagai solusi hampiran (*approximation*). Meskipun demikian, tingkat ketelitian dari solusi numerik ini dapat disesuaikan sesuai kebutuhan, bergantung pada parameter-parameter komputasi seperti ukuran langkah, jumlah iterasi, atau metode pendekatan yang digunakan (Atmika, 2016).

Sistem persamaan nonlinier merupakan suatu sistem persamaan yang digunakan untuk mencari akar persamaan nonlinier menggunakan satu variabel x, $f(x)$, atau secara umum dituliskan dengan formula: $f(x) = 0$ (Sunandar, 2019). Persamaan dalam sistem ini saling bergantung satu sama lain dan tidak dapat diselesaikan dengan metode dasar aljabar seperti substitusi atau eliminasi, karena bentuknya yang kompleks dan tidak mengikuti aturan linearitas. Penyelesaian sistem ini bertujuan untuk menemukan himpunan nilai variabel yang dapat memenuhi semua persamaan dalam sistem secara bersamaan. Penyelesaian persamaan non-linear memiliki dua pendekatan yaitu, tertutup dan terbuka (Maharani & Suprapto, 2018).

Metode terbuka merupakan pendekatan numerik untuk penyelesaian persamaan nonlinear yang tidak memerlukan interval awal yang mengandung akar. Pendekatan ini memulai proses iterasi dari tebakan awal dan melakukan perbaikan secara berulang untuk memperoleh nilai hampiran akar yang lebih akurat. Contoh metode terbuka meliputi metode *Fixed-Point*, metode *Newton-Raphson*, dan metode *Secant* (Pandia & Sitepu, 2021). Sebaliknya, metode tertutup, yang dikenal juga sebagai metode pengurung, mensyaratkan adanya interval [a,b] yang dipastikan memuat akar persamaan. Metode ini memiliki sifat konvergensi yang terjamin sehingga iterasi selalu menuju solusi akar. Metode-metode yang termasuk dalam kategori ini antara lain metode grafik, metode bagi-dua (bisection), dan metode regula-falsi (Munir, 2015). Penelitian ini menggunakan dua metode yaitu *Newton-Raphson* dan *Fixed-Point*. Metode *Newton-Raphson* dan *Fixed-Point* dipilih karena keduanya merupakan metode lanjutan yang menawarkan kombinasi optimal antara kecepatan konvergensi dan kemudahan implementasi dalam penyelesaian sistem persamaan non-linear, sehingga memungkinkan perbandingan yang efektif antara efisiensi dan kestabilan numerik (Sunandar & Indrianto, 2020). Selain itu, kedua metode ini sering digunakan sebagai dasar dalam pengembangan algoritma numerik lainnya, sehingga pemahaman mendalam terhadap kinerjanya sangat penting untuk aplikasi praktis di berbagai bidang teknik dan sains.

Metode *Newton-Raphson* merupakan metode iterasi lain yang digunakan untuk memecahkan persamaan $f(x) = 0$, dengan f, mempunyai turunan kontinu f' (Aisyah & Ikhsan, 2025). Abidin et al. (2024) menyatakan bahwa metode *Newton-Raphson* adalah teknik pencarian akar suatu fungsi menggunakan pendekatan satu titik, dengan syarat fungsi tersebut memiliki turunan. Keunggulan utama metode ini adalah kecepatan konvergensinya yang tinggi dalam menemukan akar persamaan (Hertini et al., 2017). Wulan et al. (2017) menambahkan metode *Newton-Raphson* dapat diturunkan berdasarkan interpretasi geometrik (sebuah metode alternatif yang didasarkan pada Deret Taylor). Secara geometri metode ini menggunakan garis singgung sebagai hampiran fungsi pada suatu interval. Gagasan dasar pada metode ini adalah grafik f dihampiri dengan beberapa garis singgung yang sesuai (Imron et al., 2022). Pada proses pengerjaannya digunakan suatu nilai x_i sebagai tebakan awal yang didapat dengan memusatkan akar-akar dari $f(x)$, terlebih dahulu, kemudian $x_i + 1$ ditentukan sebagai titik potong antara sumbu x dan garis singgung pada kurva f di titik $(x_i, f(x_i))$. Prosedur yang sama diulang, menggunakan nilai terbaru sebagai nilai coba untuk iterasi seterusnya (Datangeji et al., 2019).

Metode iterasi *Fixed-Point* adalah algoritma pencarian akar yang paling sederhana dan paling penting dalam analisis numerik (Kanwar et al., 2021). Metode *Fixed-Point* (*Fixed-Point*) juga merupakan metode yang digunakan untuk menyelesaikan menentukan hampiran akar persamaan yang tidak memerlukan informasi awal dan secara umum tergantung pada nilai tebakan awal yang mengapit nilai akar. Misalkan diberikan $f(x) = 0$ yang dapat dituliskan dalam bentuk baru $x = g(x)$ dimana setiap penyelesaian persamaan ini disebut *Fixed-Point* (Ritonga dan Suryana, 2019). Metode *Fixed-Point* juga memiliki keunggulan tersendiri, terutama dalam hal kesederhanaan implementasi. Maharani dan Suprapto (2018) menjelaskan bahwa metode ini sering digunakan untuk kasus-kasus dengan fungsi sederhana karena tidak memerlukan perhitungan turunan. Namun, kelemahannya adalah ketergantungan pada pemilihan fungsi $g(x)$ yang tepat agar iterasi tidak divergen (Jaelani dan Akhsani, 2022). Dalam beberapa kasus, pemilihan fungsi ini dapat menjadi tantangan tersendiri bagi pengguna. Mukaromah et al. (2024) menyatakan bahwa penggunaan perangkat lunak seperti MATLAB atau Scilab dapat meningkatkan efisiensi proses iterasi kedua metode tersebut. Implementasi algoritma numerik dalam perangkat lunak ini memungkinkan analisis yang lebih mendalam terhadap karakteristik konvergensi masing-masing metode.

Penelitian mengenai implementasi kedua metode menggunakan *Microsoft Excel* masih terbatas meskipun perangkat lunak ini memiliki potensi besar sebagai alat bantu praktis untuk menyelesaikan persamaan nonlinier. Salah satu keunggulan utama Microsoft Excel adalah ketersediaannya yang luas di lingkungan akademik maupun industri, serta kemudahan penggunaannya tanpa memerlukan keterampilan pemrograman tingkat lanjut. Hal ini menjadikan Excel alternatif yang inklusif bagi berbagai kalangan, seperti mahasiswa, pendidik, dan praktisi teknik yang mungkin belum terbiasa menggunakan perangkat lunak teknis seperti MATLAB atau bahasa pemrograman seperti Python dan Java. Endaryono (2019) menunjukkan bahwa Excel dapat digunakan untuk mengimplementasikan metode *Newton-Raphson* dengan pendekatan berbasis formula iteratif sederhana. Hal ini memberikan peluang bagi pengguna Excel untuk memanfaatkan alat tersebut tanpa harus menggunakan perangkat lunak khusus seperti MATLAB.

Ritonga dan Suryana (2019) membandingkan kedua metode menggunakan MATLAB dan menemukan bahwa metode *Newton-Raphson* rata-rata 64% lebih cepat dalam mencapai toleransi kesalahan 0,00001 dibandingkan metode *Fixed-Point*. Selain itu, Sunandar dan Indrianto (2020) menganalisis perbandingan antara metode *Newton-Raphson* dan metode *Secant* menggunakan bahasa pemrograman Java. Hasil penelitian mereka menunjukkan bahwa metode *Newton-Raphson* lebih unggul dalam hal kecepatan konvergensi tetapi membutuhkan perhitungan turunan awal yang kompleks. Erviana et al. (2023) menambahkan bahwa penentuan akar fungsi menggunakan metode *Newton-Raphson* dengan Python lebih efisien 16% dibanding metode *Secant* pada fungsi polinomial. Kemudian pada fungsi eksponen metode Newton lebih efisien 22% dibanding metode *Secant*. Berdasarkan beberapa penelitian sebelumnya, dapat diketahui bahwa penyelesaian persamaan nonlinier dapat dilakukan dengan implementasi metode numerik, tetapi sebagian besar perangkat lunak seperti MATLAB dan bahasa pemrograman lainnya menggunakannya.

Penggunaan *Microsoft Excel* sebagai media implementasi metode *Fixed-Point* dan *Newton-Raphson* masih jarang ditemukan dalam literatur, meskipun *Microsoft Excel* menawarkan kemudahan akses dan pemanfaatan yang luas. Dengan demikian, penelitian ini secara khusus menjelaskan implementasi metode *Fixed-Point*, dan metode *Newton-Raphson* menggunakan *Microsoft Excel* masih terbatas. Penelitian ini bertujuan untuk mengimplementasikan metode *Fixed-Point* dan *Newton-Raphson* dalam Microsoft Excel serta membandingkan kinerja keduanya dalam menyelesaikan persamaan nonlinier. Hasil penelitian ini diharapkan dapat menjadi panduan praktis bagi pengguna Excel dalam menerapkan metode numerik tanpa memerlukan perangkat lunak khusus.

METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari beberapa tahapan sistematis untuk menganalisis metode *Newton-Raphson* dan *Fixed-Point*. Dalam menyelesaikan sistem persamaan linear. Penelitian diawali dengan kajian literatur guna memperoleh pemahaman yang lebih mendalam terkait konsep dasar kedua metode. Pada tahap pertama mencakup konsep dan implementasi metode *Fixed-Point* dalam solusi untuk persamaan nonlinier, serta pencarian dan analisis literatur terkait untuk memahami implementasi metode *Newton-Raphson*. Sumber literatur meliputi buku teks, artikel jurnal, dan publikasi ilmiah lainnya yang membahas teori, algoritma, dan aplikasi praktis dari dua metode. Selain itu, literatur di mana penggunaan *Microsoft Excel* dibahas sebagai alat saat menggunakan metode numerik digunakan juga diperiksa. Karya Endaryono (2019) menunjukkan, misalnya, bahwa metode *Newton-Raphson* dapat diimplementasikan di Excel untuk mendekati solusi untuk persamaan nonlinier.

Langkah selanjutnya adalah studi kasus praktis. Metode ini digunakan untuk menggali secara menyeluruh suatu kejadian dalam situasi yang sesungguhnya (Nashrullah et al., 2023). Soal persamaan nonlinier dipilih sebagai objek dalam studi kasus. Soal persamaan diselesaikan menggunakan metode *Fixed-Point* (*Fixed-Point*) dan Newton Raphson. Dilakukan dengan menggunakan fungsi di *Microsoft Excel*. Hasil studi kasus ini dibandingkan dengan menilai efektivitas dan efisiensi masing-masing metode dalam konteks implementasi menggunakan *Microsoft Excel*. Pengetahuan ini diharapkan dapat memberikan wawasan praktis tentang pemilihan dan penerapan metode yang sesuai untuk menyelesaikan persamaan nonlinier.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

1. Metode *Fixed-Point*

Metode iterasi *Fixed-Point* dapat disebut juga sebagai metode iterasi sederhana, metode langsung, atau metode substitusi beruntun. Metode iterasi *Fixed-Point* adalah metode yg memisahkan x dengan sebagian x yang lain sehingga diperoleh: $x = g(x)$. Metode ini disebut iterasi sederhana karena pembentukan prosedur iterasinya yang mudah dibentuk sebagai berikut:

a. Ubah persamaan $f(x) = 0$ menjadi bentuk $x = g(x)$,
b. Tentukan sebuah nilai awal x_0 (tebakan awal),
c. Tentukan nilai toleransi (ε)
d. Bentuk menjadi prosedur iterasi $x_{r+1} = g(x)$,
e. Hitung nilai $x_{r+1} = g(x)$,
f. Hitung nilai $x_1, x_2, x_3, \dots$, yang konvergen ke suatu titik s, sedemikian sehingga $f(s) = 0$ dan $s = g(s)$.
g. Kondisi iterasi berhenti apabila $|x_{r+1} - x_r| < \varepsilon$

Kasus:

Carilah akar persamaan dari $f(x) = x^2 - 2x - 3$ menggunakan metode *Fixed-Point*, dengan nilai toleransi kesalahan $(\varepsilon = 0{,}000001)$!

Langkah-langkah penyelesaian:

Berikut adalah langkah-langkah penyelesaian menggunakan metode *Fixed-Point*:

1. Pada Akar Positif
   a. Ubah persamaan $f(x) = 0$ menjadi bentuk $x = g(x)$,
   $f(x) = x^2 - 2x - 3 = 0$
   $x^2 = 2x + 3$
   $x = \sqrt{(2x + 3)}$
   $x = g(x)$
   b. Tentukan sebuah nilai awal misalkan $(x_0 = 4)$,
   c. Nilai toleransi $(\varepsilon = 0{,}000001)$,
   d. Bentuk menjadi prosedur iterasi,
   $x_{r+1} = g(x)$
   $x_{r+1} = \sqrt{(2x + 3)}$
   e. Hitung nilai $x_{r+1} = g(x)$,
   Nilai persamaan 1:
   $g(x) = \sqrt{(2x + 3)}$
   $g(4) = \sqrt{(2 \cdot 4 + 3)} = 3{,}316625$
   f. Hitung nilai $x_1, x_2, x_3, \dots$, yang konvergen ke suatu titik s, sedemikian sehingga $f(s) = 0$ dan $s = g(s)$,
   g. Kondisi iterasi berhenti apabila $|x_{r+1} - x_r| < \varepsilon$

Dengan menggunakan aplikasi *Microsoft Excel*, perhitungan dapat dilakukan sebagai berikut:

Tabel 1. Tabel iterasi metode *Fixed-Point* akar positif

r	x_r	x_{r+1}	$\lvert x_{r+1} - x_r \rvert$	Keterangan
0	4	3,3166248	0,683375	lanjut
1	3,316625	3,103748	0,212877	lanjut
2	3,103748	3,034385	0,069362	lanjut
3	3,034385	3,011440	0,022945	lanjut
4	3,011440	3,003811	0,007629	lanjut
5	3,003811	3,001270	0,002541	lanjut
6	3,001270	3,000423	0,000847	lanjut
7	3,000423	3,000141	0,000282	lanjut
8	3,000141	3,000047	0,000094	lanjut
9	3,000047	3,000016	0,000031	lanjut
10	3,000016	3,000005	0,000010	lanjut
11	3,000005	3,000002	0,000003	lanjut
12	3,000002	3,000001	0,000001	lanjut
13	3,000001	3,000000	0,000000	berhenti
14	3,000000	3,000000	0,000000	berhenti

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, dapat dilihat bahwa salah satu akar persamaannya terdapat pada iterasi ke-13 yang telah memenuhi syarat $|x_{r+1} - x_r| < \varepsilon$. Nilai akar yang didapat adalah $x = 3$.

1. Pada Akar Negatif
   a. Ubah persamaan $f(x) = 0$ menjadi bentuk $x = g(x)$,
   $f(x) = x^2 - 2x - 3 = 0$
   $x^2 - 2x - 3 = 0$
   $x(x - 2) = 3$
   $$x = \frac{3}{x - 2}$$
   $x = g(x)$
   b. Tentukan sebuah nilai awal misalkan $(x_0 = 4)$,
   c. Nilai toleransi $(\varepsilon = 0{,}000001)$,
   d. Bentuk menjadi prosedur iterasi, $x_{r+1} = g(x)$
   $$x_{r+1} = \frac{3}{x - 2}$$
   e. Hitung nilai $x_{r+1} = g(x)$,
   Nilai persamaan 1:
   $$g(x) = \frac{3}{x - 2}$$
   $g(4) = \frac{3}{4-2} = 1{,}5$
   f. Hitung nilai $x_1, x_2, x_3, \ldots,$ yang konvergen ke suatu titik s, sedemikian sehingga $f(s) = 0$ dan $s = g(s)$,
   g. Kondisi iterasi berhenti apabila $|x_{r+1} - x_r| < \varepsilon$.

Dengan menggunakan aplikasi *Microsoft Excel*, perhitungan dapat dilakukan sebagai berikut:

Tabel 2. Tabel iterasi metode *Fixed-Point* akar negatif.

r	x_r	x_{r+1}	$\lvert x_{r+1} - x_r \rvert$	Keterangan
0	4	1,5	2,500000	lanjut
1	1,500000	-6	7,500000	lanjut
2	-6,000000	-0,375	5,625000	lanjut
3	-0,375000	-1,2632	0,888158	lanjut
4	-1,263158	-0,9194	0,343803	lanjut
5	-0,919355	-1,0276	0,108269	lanjut
6	-1,027624	-0,9909	0,036748	lanjut
7	-0,990876	-1,0031	0,012175	lanjut
8	-1,003051	-0,999	0,004066	lanjut
9	-0,998984	-1,0003	0,001355	lanjut
10	-1,000339	-0,9999	0,000452	lanjut
11	-0,999887	-1	0,000151	lanjut
12	-1,000038	-1	0,000050	lanjut
13	-0,999987	-1	0,000017	lanjut
14	-1,000004	-1	0,000006	lanjut
15	-0,999999	-1	0,000002	lanjut
16	-1,000000	-1	0,000001	berhenti
17	-1,000000	-1	0,000000	berhenti
18	-1,000000	-1	0,000000	berhenti
19	-1,000000	-1	0,000000	berhenti
20	-1,000000	-1	0,000000	berhenti

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, dapat dilihat bahwa salah satu akar persamaannya terdapat pada iterasi ke-16 yang telah memenuhi syarat $|x_{r+1} - x_r| < \varepsilon$. Nilai akar yang didapat adalah $x = -1$.

2. Metode Newton Raphson

A. Metode *Newton-Raphson* adalah suatu metode penyelesaian persamaan nonlinier yang dilakukan dengan menggunakan pendekatan satu titik awal dan mendekatinya dengan memperhatikan gradien. Titik pendekatan dinyatakan pada persamaan:

$$x_{i+1} = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

B. Langkah - langkah menyelesaikan metode newton raphson, yaitu:

a. Tentukan sebuah nilai awal x_0 (tebakan awal),
b. Tentukan nilai toleransi (ε)
c. Mencari nilai turunan $f(x)$. Apabila $f'(x) = 0$, maka metode *Newton-Raphson* tidak dapat dilanjutkan,
d. Hitung nilai $f(x)$ dan $f'(x)$ dengan mensubstitusikan nilai tebakan awal,
e. Hitung nilai x_{i+1} dengan menggunakan rumus $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x)}{f'(x)}$
f. Hitung kesalahan $x_{i+1} - x_i$ dan bandingkan dengan nilai toleransi kesalahan (ε), hasil dari perhitungan kemudian dimutlakkan,
g. Jika $|x_{i+1} - x_i| \leq \varepsilon$ maka dipilih akar persamaan. Jika $|x_{i+1} - x_i| > \varepsilon$ maka iterasi dilanjutkan.

Kasus:

Carilah akar persamaan dari $f(x) = x^2 - 2x - 3$ menggunakan metode *Newton-Raphson*, dengan nilai toleransi kesalahan $(\varepsilon = 0{,}000001)$!

Langkah-langkah penyelesaian:

Berikut adalah langkah-langkah penyelesaian menggunakan metode *Fixed-Point*:

1. Pada Akar Positif
   a. Tentukan sebuah nilai awal misalkan $(x_0 = 4)$,
   b. Nilai toleransi $(\varepsilon = 0{,}000001)$,
   c. Mencari nilai turunan $f(x)$. Apabila $f'(x) = 0$, maka metode *Newton-Raphson* tidak dapat dilanjutkan,
   $f(x) = x^2 - 2x - 3$
   $f'(x) = 2x - 2$
   d. Hitung nilai $f(x)$ dan $f'(x)$ dengan mensubstitusikan nilai tebakan awal,
      - $f(x) = x^2 - 2x - 3$
        $f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 - 3$
        $= 4$
      - $f'(x) = 2x - 2$
        $f'(4) = 2 \cdot 4 - 2 = 6$

e. Hitung nilai x_{i+1} dengan menggunakan rumus $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x)}{f\prime(x)}$
Nilai persamaan 1:
$$x_{0+1} = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$
$$x_{0+1} = 4 - \frac{5}{6} = 3{,}1667$$
f. Hitung kesalahan $x_{i+1} - x_i$ dan bandingkan dengan nilai toleransi kesalahan (ε), hasil dari perhitungan kemudian dimutlakkan,
$$x_{0+1} - x_0 = 3{,}1667 - 4 = -0{,}8333$$
$$|x_{0+1} - x_0| = |-0{,}8333| = 0{,}8333$$
g. Jika $|x_{i+1} - x_i| \le \varepsilon$ maka dipilih akar persamaan. Jika $|x_{i+1} - x_i| > \varepsilon$ maka iterasi dilanjutkan.

Dengan menggunakan aplikasi *Microsoft Excel*, perhitungan dapat dilakukan sebagai berikut:

Tabel 3. Tabel iterasi metode *Newton-Raphson* akar positif

i	x_i	$f(x)$	$f'(x)$	$X_i + 1$	$\lvert x_i + 1 - x_i \rvert$	Keterangan
1,0000	4,0000	5,0000	6,0000	3,1667	0,8333	lanjut
2,0000	3,1667	0,6944	4,3333	3,0064	0,1603	lanjut
3,0000	3,0064	0,0257	4,0128	3,0000	0,0064	lanjut
4,0000	3,0000	0,0000	4,0000	3,0000	0,0000	lanjut
5,0000	3,0000	0,0000	4,0000	3,0000	0,0000	berhenti
6,0000	3,0000	0,0000	4,0000	3,0000	0,0000	berhenti
7,0000	3,0000	0,0000	4,0000	3,0000	3,0000	lanjut

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, dapat dilihat bahwa salah satu akar persamaannya terdapat pada iterasi ke-5 yang telah memenuhi syarat $|x_{r+1} - x_r| \le \varepsilon$. Nilai akar yang didapat adalah $x = 3$.

2. Pada Akar Negatif
a. Tentukan sebuah nilai awal misalkan $(x_0 = 0{,}5)$,
b. Nilai toleransi $(\varepsilon = 0{,}000001)$,
c. Mencari nilai turunan $f(x)$. Apabila $f'(x) = 0$, maka metode *Newton-Raphson* tidak dapat dilanjutkan,
$f(x) = x^2 - 2x - 3$
$f'(x) = 2x - 2$
d. Hitung nilai $f(x)$ dan $f'(x)$ dengan mensubstitusikan nilai tebakan awal,
- $f(x) = x^2 - 2x - 3$
  $f(0{,}5) = 0{,}5^2 - 2 \cdot 0{,}5 - 3 = -3{,}75$
- $f'(x) = 2x - 2$
  $f'(0{,}5) = 2 \cdot 0{,}5 - 2 = -1$

e. Hitung nilai x_{i+1} dengan menggunakan rumus $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x)}{f\prime(x)}$
Nilai persamaan 1:
$$x_{0+1} = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$
$$x_{0+1} = 0{,}5 - \frac{-3{,}75}{-1} = -3{,}25$$
f. Hitung kesalahan $x_{i+1} - x_i$ dan bandingkan dengan nilai toleransi kesalahan (ε), hasil

dari perhitungan kemudian dimutlakkan,

$x_{0+1} - x_0 = -3{,}25 - 0{,}5$
$= -3{,}75$

$|x_{0+1} - x_0| = |-3{,}75| = 3{,}75$

g. Jika $|x_{i+1} - x_i| \leq \varepsilon$ maka dipilih akar persamaan. Jika $|x_{i+1} - x_i| > \varepsilon$ maka iterasi dilanjutkan.

Dengan menggunakan aplikasi *Microsoft Excel*, perhitungan dapat dilakukan sebagai berikut:

Tabel 4. Tabel iterasi metode *Newton-Raphson* akar negatif.

i	x_i	$f(x)$	$f'(x)$	$X_i + 1$	$\lvert x_i + 1 - x_i \rvert$	Keterangan
1,0000	0,5000	-3,7500	-1,0000	-3,2500	3,7500	lanjut
2,0000	-3,2500	14,0625	-8,5000	-1,5956	1,6544	lanjut
3,0000	-1,5956	2,7371	-5,1912	-1,0683	0,5273	lanjut
4,0000	-1,0683	0,2780	-4,1367	-1,0011	0,0672	lanjut
5,0000	-1,0011	0,0045	-4,0023	-1,0000	0,0011	lanjut
6,0000	-1,0000	0,0000	-4,0000	-1,0000	0,0000	berhenti
7,0000	-1,0000	0,0000	-4,0000	-1,0000	1,0000	lanjut

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, dapat dilihat bahwa salah satu akar persamaannya terdapat pada iterasi ke-16 yang telah memenuhi syarat $|x_{r+1} - x_r| < \varepsilon$. Nilai akar yang didapat adalah $x = -1$.

Pembahasan

Penelitian ini membandingkan dua metode numerik, yaitu *Fixed-Point* dan *Newton-Raphson*, dalam menyelesaikan persamaan nonlinier dengan bantuan *Microsoft Excel*. Hasil implementasi menunjukkan bahwa metode *Newton-Raphson* memiliki konvergensi yang lebih cepat dibandingkan dengan metode *Fixed-Point*. Hal ini terlihat dari jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk mencapai toleransi kesalahan sebesar 0,00001. Misalnya, pada pencarian akar positif, *Newton-Raphson* hanya memerlukan 5 iterasi, sedangkan *Fixed-Point* membutuhkan 13 iterasi.

Hasil ini sejalan dengan penelitian Ritonga & Suryana (2019) yang menyatakan bahwa metode *Newton-Raphson* rata-rata 64% lebih cepat mencapai konvergensi dibandingkan metode *Fixed-Point* saat diimplementasikan menggunakan MATLAB. Penelitian ini menunjukkan bahwa kecepatan konvergensi metode *Newton-Raphson* tetap unggul meskipun perhitungan dilakukan menggunakan platform *Microsoft Excel* sebagai media perhitungan. Hal ini menguatkan bahwa metode Newton-Raphson lebih efisien di berbagai platform perhitungan.

Keunggulan utama metode *Newton-Raphson* terletak pada penggunaan turunan fungsi yang mempercepat pendekatan terhadap akar. Namun, sebagaimana disampaikan oleh Sunandar & Indrianto (2020), metode ini bisa menjadi kurang efisien jika fungsi yang dianalisis memiliki turunan yang rumit atau tidak tersedia secara eksplisit. Hal ini juga didukung oleh Erviana et al., (2023) yang menemukan bahwa metode *Newton-Raphson* lebih efisien dibanding metode *Secant* dalam menyelesaikan fungsi polinomial dan eksponensial, tetapi memerlukan pemrosesan turunan yang lebih kompleks.

Metode *Fixed-Point* lebih sederhana karena tidak membutuhkan perhitungan turunan. Kesederhanaan ini sesuai dengan penjelasan Maharani & Suprapto (2018), yang menyebutkan bahwa metode *Fixed-Point* cocok untuk fungsi sederhana. Akan tetapi, metode ini sangat bergantung pada pemilihan fungsi iteratif yang tepat, agar proses iterasi tidak mengalami divergensi. Ketergantungan ini juga dikemukakan oleh Jaelani & Akhsani (2022) sebagai salah satu kelemahan utama metode tersebut.

Penelitian ini menunjukkan bahwa *Microsoft Excel* mampu menjadi alternatif praktis untuk menyelesaikan persamaan nonlinier, terutama bagi pengguna yang tidak memiliki akses atau keahlian menggunakan perangkat lunak khusus seperti MATLAB atau Python. Hal ini mendukung temuan Khan (2016) yang menunjukkan bahwa *Micrsoft Excel* dapat digunakan untuk menerapkan metode *Newton-Raphson* secara efektif melalui formula iteratif. Dengan demikian, hasil penelitian ini tidak hanya memperkuat studi-studi sebelumnya, tetapi juga menyediakan kontribusi praktis baru dengan menunjukkan bahwa *Microsoft Excel*, meskipun sederhana, dapat digunakan secara efektif dalam mengimplementasikan metode numerik seperti *Newton-Raphson* dan *Fixed-Point*.

PENUTUP

Simpulan

Kesimpulan dari penelitian ini adalah metode *Newton-Raphson* dan *Fixed-Point* memiliki karakteristik yang berbeda dalam menyelesaikan persamaan nonlinier. Berdasarkan implementasi menggunakan *Microsoft Excel*, metode *Newton-Raphson* menunjukkan konvergensi yang lebih cepat dibandingkan dengan metode *Fixed-Point* untuk mencapai toleransi kesalahan. Namun, metode *Newton-Raphson* membutuhkan perhitungan turunan yang bisa menjadi kendala dalam beberapa kasus. Sebaliknya, metode Titik Tetat lebih sederhana dalam implementasi, tetapi konvergensinya lebih lambat dan sangat bergantung pada pemilihan fungsi $g(x)$ yang tepat agar iterasi tidak divergen (menjauhi akar). Akar lain dari persamaan nonlinier dapat dicari dengan mengubah formula $x = g(x)$ pada metode *Fixed-Point* dan mengubah nilai tebakan awal pada metode *Newton-Raphson*.

Saran

Berdasarkan temuan penelitian, disarankan agar pengguna memahami keterbatasan metode *Fixed-Point* dan *Newton-Raphson*, terutama dalam hal konvergensi. Untuk meningkatkan efisiensi, Excel dapat dimanfaatkan lebih lanjut dengan agar iterasi berjalan otomatis. Penelitian lanjutan dapat membandingkan metode lain atau menganalisis kriteria konvergensi untuk solusi yang lebih stabil.

DAFTAR PUSTAKA

Abidin, N., Asriani Hasan, & Alvioni Bani. (2024). Aplikasi Metode Newton-Raphson dalam Analisis Suku Bunga Kredit Kendaraan Bermotor (Studi Kasus Kredit Motor Yamaha Gear 125). *Jurnal MSA (Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya)*, *11*(2), 129–133. https://doi.org/10.24252/msa.v11i2.45750

Aisyah, I., & Ikhsan, A. (2025). Analisa Performa Metode Newton-Raphson dan Iterasi Titik Tetap Untuk Menyelesaikan Akar Sistem Persamaan Non-Linier. *JORAPI : Journal of Research and Publication Innovation*, *3*(2), 191–197.

Atmika, I. K. A. (2016). Metode Numerik. *Informatika*, *August*, 7–9. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2109.7440

Datangeji, R. U., Warsito, A., Sutaj, H. I., & Lapono, L. A. S. (2019). Metode Newton Raphson. *Jurnal Fisika: Fisika Sains Dan Aplikasinya*, *4*(2).

Endaryono, E. (2019). Aplikasi Microsoft Excell Untuk Program Penghitungan Penentuan Nilai Golden Ratio Menggunakan Persamaan Kuadrat Metode Numerik. *Simposium Nasional Ilmiah & Call for Paper Unindra (Simponi)*, *0*(0), 978–623. https://doi.org/10.30998/simponi.v0i0.377

Erviana, B. S., Amrullah, Triutami, T. W., & Subarinah, S. (2023). Efisiensi Penyelesaian Numerik Persamaan Non-Linear dengan Metode Newton Raphson dan Metode Secant Menggunakan Program Software Berbasis Python. *Pendas : Jurnal Ilmiah Pendidikan Dasar*, *VIII*(I), 1–19.

Hertini, E., Supriatna, A., & Ambari, A. (2017). Membandingkan Metode Newton Raphson dan Metode Halley untuk Nilai Field to Maturity Obligasi PT Jasa Marga Persero Tbk. *Industrial Research Workshop and National Seminar*, 250–253.

Hutagalung, S. N. (2017). Pemahaman Metode Numerik (Studi Kasus Metode New-Rhapson) Menggunakan Pemprogrman Matlab. *Jurnal Teknologi Informasi*, *1*(1), 95. https://doi.org/10.36294/jurti.v1i1.109

Imron, C., Mardlijah, & Asfihani, T. (2022). Metode Numerik. In *Departemen Matematika ITS Setting* (Vol. 1).

Jaelani, A., & Akhsani, L. (2022). Identifikasi Kesalahan dalam Asesmen Metode Numerik. *PARADIKMA: Jurnal Pendidikan Matematika*, *15*.

Kanwar, V., Sharma, P., Argyros, I. K., Behl, R., Argyros, C., Ahmadian, A., & Salimi, M. (2021). Geometrically constructed family of the simple fixed point iteration method. *Mathematics*, *9*(6), 1–13. https://doi.org/10.3390/math9060694

Khan, S. A. (2016). Doing Numerical Calculus Using Microsoft Excel. *Indian Journal of Science and Technology*, *9*(44). https://doi.org/10.17485/ijst/2016/v9i44/87217

Maharani, S., & Suprapto, E. (2018). Analisis Numerik Berbasis Group Investigation Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis. In *The*

Modern Language Review (Vol. 48, Issue 3). https://doi.org/10.2307/3718634

Mukaromah, I. A., Atsani, M. R., Newton-raphson, M., Akar, P., & Non-linier, P. (2024). Penerapan Metode Bisection dan Newton-Raphson Untuk Penyelesaian Akar Persamaan Non-Linier Menggunakan MATLAB. *JURTISI: Jurnal Teknik Informatika Dan Sistem Informasi*, *4*(2), 70–74.

Nashrullah, M., Maharani, O., Rohman, A., Fahyuni, E. F., Nurdyansyah, & Untari, R. S. (2023). *Metodologi Penelitian Pendidikan (Prosedur Penelitian, Subyek Penelitian, dan Pengembangan Teknik Pengumpulan Data) Diterbitkan oleh UMSIDA PRESS*.

Pandia, W., & Sitepu, I. (2021). Penentuan Akar Persamaan Non Linier Dengan Metode Numerik. *Jurnal Mutiara Pendidikan Indonesia*, *6*(2), 122–129. https://doi.org/10.51544/mutiarapendidik.v6i2.2326

Rezeki, S., Tama, B. J., & Yuliyani, R. (2024). Analisis Minat Belajar Mahasiswa pada Mata Kuliah Metode Numerik. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, *8*, 163–166. https://doi.org/10.59562/mediatik.v7i2.2742

Ritonga, J., & Suryana, D. (2019). Perbandingan Kecepatan Konvergensi Akar Persamaan Non Linier Metode Titik Tetap dengan Metode Newton Raphson Menggunakan Matlab. *INFORMASI (Jurnal Informatika Dan Sistem Informasi)*, *11*(2), 51–64. https://doi.org/10.37424/informasi.v11i2.17

Siswipraptini, P. C., & Martono, W. H. (2015). Penentuan Tingkat Daya Dukung Implementasi Aplikasi Simulasi Akar Persamaan Iterasi Satu Titik Mata Kuliah Metode Numerik Di Stt Pln. *Jurnal Teknik Informatika*, *8*(1), 22–30. https://doi.org/10.15408/jti.v8i1.1933

Sunandar, E. (2019). Penyelesaian Sistem Persamaan Non-Linier Dengan Metode Bisection & Metode Regula Falsi Menggunakan Bahasa Program Java. *Petir*, *12*(2), 179–186. https://doi.org/10.33322/petir.v12i2.490

Sunandar, E., & Indrianto, I. (2020). Perbandingan Metode Newton-Raphson & Metode Secant Untuk Mencari Akar Persamaan Dalam Sistem Persamaan Non-Linier. *Petir*, *13*(1), 72–79. https://doi.org/10.33322/petir.v13i1.893

Wayan, S. I. (2020). Algoritma Newton Raphson dengan Fungsi Non-Linier. *Jurnal Ilmu Komputer*, *2*(1), 1–23.

Wulan, E. R., Sukarti, S. M., & Zulkarnaen, D. (2017). Perbandingan Tingkat Kecepatan Konvergensi dari Metode Newton Raphson dan Metode Secant Setelah Mengaplikasikan Metode Aiken's dalam Perhitungan Akar Pangkat Tiga. *Jurnal Matematika Integratif*, *12*(1), 35. https://doi.org/10.24198/jmi.v12i1.10282