

Submited: 2020-08-02 **Published:** 2020-12-04

Analisis Kesalahan pada Materi Kuantifikasi Menggunakan Matriks Enam Sel Kimura Patar Tamba^{a)}

a) Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Pendidikan, Universitas Pelita Harapan kimura89.tamba@gmail.com

Article Info

Kaywords: Quantified Statement; mathematical statements; quantification; error analysis Abstract

Quantified statement is an important topic in mathematics. Prospective mathematics teachers must have a strong understanding of it. A good didactic design must be arranged in preparing prospective mathematics teachers for this. One component in building a didactic design is error analysis. For this reason, the purpose of this study is to analyze the errors of prospective mathematics teachers in quantification. This analysis was carried out using a six-cell matrix framework. This matrix is a form of organizing quantified statements based on important components, namely quantifier, predicate and validation. Descriptive research on prospective mathematics teachers has been conducted. Data was collected by giving questions about quantified statements to eighty prospective mathematics teachers. As a result, errors made by prospective mathematics teachers in proving quantified statements are to consider or focus on the quantifier but not to consider the predicate, and to consider or focus on the predicate but not to consider the quantifier. An incomplete understanding of the quantified statement is the cause of this error.

Kata Kunci: Pernyataan berkuantor; pernyataan matematika; kuantor; analisis kesalahan.

Abstrak

Pernyataan berkuantor adalah topic penting dalam matematika. Calon guru matematika harus memiliki pemahaman yang kuat atasnya. Desain didaktis yang baik harus disusun dalam mempersiapkan calon guru matematika akan hal ini. Salah satu komponen dalam menyusunan desain didaktis adalah analisis kesalahan. Untuk itu tujuan penelitian ini adalah menganalisis kesalahan calon guru matematika pada materi kuantifikasi. Analisis ini dilakukan dengan menggunakan kerangka matriks enam sel. Matriks ini merupakan bentuk pengorganisasian pernyataan berkuantor berdasarkan komponen pentingnya yaitu kuantor, predikat dan validasi. Penelitian deskriptif terhadap calon guru matematika telah dilakukan. Data dikumpulkan dengan memberikan soal mengenai pernyataan berkuantor pada delapan puluh calon guru matematika. Hasilnya, kesalahan yang dilakukan oleh calon guru matematika dalam membuktikan pernyataan berkuantor tunggal adalah adalah mempertimbangkan atau fokus pada kuantifier tetapi tidak mempertimbangkan predikat, dan mempertimbangkan atau fokus pada predikat tetapi tidak mempertimbangkan kuantifier. Pemahaman yang tidak utuh akan pernyataan berkuantor merupakan penyebab kesalahan ini.

PENDAHULUAN

Pernyataan berkuantor merupakan topic penting dalam matematika. Kemampuan bekerja dengan kuantor (eksistensial dan universal) dari logika proposisional adalah salah satu alat yang paling penting dan berguna dalam menilai pernyataan matematika. Oleh karena itu, posisinya juga penting dalam kurikulum pembelajaran matematika (lihat NCTM, 2000 dan kurikulum 2013, [Kemendikbud, 2013]).

Pentingnya pernyataan berkuantor ini pemahaman menuntut guru memadai sehingga dapat mengkonstruksi desain didaktis yang tepat, khususnya menodorona dalam kemampuan pembuktian dan penalaran (Tirosh, 2002). Selain itu, guru juga harus mampu mengevaluasi bukti yang diberikan siswa ketika menentukan validitas suatu pernyataan (Tabach, & dkk, 2012).

Untuk itu, calon guru matematika harus dipersiapkan memiliki pengetahuan vang komprehensif akan hal ini. Untuk mempersiapkannya, sangat penting untuk mempelajari intrepretasi calon matematika mengenai pernyataan berkuantor. Hal ini dapat dilakukan dengan menganalisa kesalahankesalahan yang mereka lakukan ketika menyelesaikan permasalahan mengenai pernyataan berkuantor. Analisa kesalahan merupakan komponen penting dalam desain didaktis.

Dengan analisa kesalahan, pengajar (dalam hal ini dosen) dapat membuat keputusan pengajaran berdasarkan pemahaman atas struktur pengetahuan calon guru matematika (Van de Walle,

2008). Hal yang sama juga diungkapkan oleh penelitian Tamba, Saragih & Listiani, (2018) bahwa analisis kesalahan akan memungkinkan desain learning trajectories lebih sesuai dengan kondisi pembelajar. Bahkan, dalam teori situasi didaktis. kesalahan (errors) mengindikasikan adanva hambatan epistemologis (Brousseau, 2002). Untuk itu, dalam konteks pernyataan berkuantor, penting untuk menganalisis kesalahan-kesalahan yang mungkin terjadi. Secara khusus dalam konteks pernyataan yang memuat satu kuantifier dan satu predikat.

Penelitian kesalahanmengenai kesalahan pada pernyataan berkuantor (khususnya yang memuat satu kuantifier dan satu predikat) telah dilakukan oleh beberapa penelit. Misalnya Epp (1999) yang menunjukkan adanya kesulitan siswa menginterpretasi dan membukti pernyataan berkuantor. Penelitian lain dilakukan oleh Dubinsky & Yiparaki (2000) dengan menyelidiki interpretasi siswa atas pernyataan berkuantor tingkat (pernyataan yang melibatkan kuantor universal dan eksistensial sekaligus). Penelitian tersebut menvelidikit pernyataan pemahaman siswa atas menggunakan berkuantor dengan wacana sehari-hari. Hasilnya, siswa tidak memiliki pemahaman yang kuat atas kuantifikasi dalam bahasa sehari-hari. Penelitian ini kemudian diperdalam oleh Piatek-Jimenez (2010)dengan menggunakan pernyataan matematis bukan bahasa sehari-hari. Hasilnva bentuk " Ada....untuk semua..." (sering disebut EA: pernyataan memuat kuantor eksistensial lebih dulu lalu kuantor universal) memunculkan interpretasi yang lebih banyak dibanding pernyataan berbentuk "Untuk semua....ada..." (pernyataan AE: kuantor universal dulu lalu eksistensial). Selain itu, bentuk dan teknik pembuktian yang digunakan siswa juga mengubah interpretasi atas pernyataan berkuantor.

Namun berbagai penelitian tersebut belum secara khusus menggunakan suatu kerangka dalam menganalisis kesalahan. Kerangka akan sangat membantu dalam menganalisis kesalahan-kesalahan yang dialami calon guru matematika. Secara khusus kerangka kerja yang memuat komponen-kompenen penting dari konsep berkuantor. pernyataan Komponen penting pernyataan berkuantor adalah jenis kuantor, predikat dan validasi (Tsamir & dkk, 2009; Tabach & dkk, 2010; Tabach & dkk, 2012; Levenson & dkk. 2012).

Salah alat untuk melihat satu kesalahan pemahaman dan akan pernyataan berkuantor adalah table enam sel (six-cell table). Tabel ini diperkenalkan oleh Tabach & dkk (2012) yang secara khusus membuat kerangka dalam memahami pernyataan berkuantor dalam konteks pembuktian. Tabach & dkk (2012) mengidentifikasi tiga dimensi menentukan karateristik dari pernyataan. Tiga dimensi tersebut adalah kuantifiernya (universal atau eksistensial); (2) predikatnya (selalu benar, kadangkadang benar atau tidak pernah benar), dan validitasnya (valid atau tidak valid).

Dimensi ketiga ditentukan oleh dua dimensi lainnya, kuantifier dan

predikat.Misalnya akan pernyataan valid jika bernilai memiliki kuantor universal dan predikatnya selalu bernilai benar. Oleh karena itu, pernyataan dapat diorganisir sesuai matematika dengan dimensi kuantifier dan predikat dengan menggunakan matriks enam sel seperti yang terlihat pada table 1 (Tsamir & dkk, 2009; Tabach & dkk, 2010; Tabach & dkk, 2012; Levenson, 2012). Tanda (+) atau (-) menunjukan validitas.

Tabel 1. Matriks enam sel

Kuantor	Predikat			
	Selalu Benar	Tidak Selalu Benar	Tidak Pernah Benar	
Universal	+, sel 1	-, sel 2	-, sel 3	
Eksistensial	+, sel 4	+, sel 5	-, sel 6	

Matriks enam sel dapat digunakan dalam berbagai proses pembelajaran baik dalam menyusun materi pembelajaran, alat untuk mengembangkan interaksi selama pembelajaran, menguji pengetahuan siswa maupun menjadikan materi pembelajaran bermakna (Tabach, & dkk, 2012). Berbagai penelitian telah menggunakan matriks enam sel ini sebagai kerangka penelitian. Penelitian Tsamir, & dkk, (2009) menggunakan table enam sel untuk menguii pengetahuan matematis guru matematika dalam mengevalusi bukti yang diberikan siswa atas pernyataan. Hasilnya dengan table enam ditemukan kecenderungan guru melihat bahwa pembuktian harus minimal,

melakukan hal yang berlebihan berarti salah. Tabel enam sel juga digunakan oleh Levenson & dkk, (2012) dalam kerangka sebagai dalam mengembangkan pengetahuan guru akan pernyataan matematika. Tabach & dkk, (2010) menggunakan table enam sel untuk melihat kesadaran guru akan contoh numerical sebagai bukti. Hasilnya, guru sudah mengenal dan terbiasa dengan contoh dan contoh tandingan sebagai bukti validasi dari suatu pernyataan.

Dari berbagai penelitian di atas, belum ada penelitian yang menggunakan table enam sel sebagai kerangka dalam menganalisis kesalahan-kesalahan calon guru matematika dalam menyelesaikan permasalahan mengenai pernyataan berkuantor. Selain itu, penggunaan table enam sel masih di dalam konteks guru (Tsamir & dkk, 2009; Levenson & dkk, 2012; Tabach & dkk, 2010).

Oleh karena itu, penelitian ini akan pertanyaan: bagaimana menjawab kesalahan yang dialami calon guru matematika dalam menyelesaikan pernyataan permasalahan mengenai menggunakan berkuantor dengan kerangka table enam sel? Sehubungan dengan itu, tujuan dari penelitian ini adalah menganalisis kesalahan yang dialami oleh calon guru matematika dalam menyelesaikan permasalahan mengenai pernyataan berkuantor.

METODE

Penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Penelitian deskriptif digunakan untuk menggambarkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan permasalahan berhubungan dengan pernyataan berkuantor. Ada dua kuantor yaitu universal (Univ.) dan eksistensial (Eks.)

Subjek penelitian adalah 80 (delapan puluh) mahasiswa pendidikan matematika (calon guru matematika). Subjek penelitian telah menyelesaikan dua mata kuliah mengenai logika matematika yaitu mata kuliah Matematika Esensial dan mata kuliah Logika dan Teori Himpunan. Dengan demikian subjek penelitian sudah memiliki pengetahuan mengenai pernyataan berkuantor.

Pengumpulan data dilakukan dengan survey menggunakan tes. Instrumen yang digunakan adalah tes yang berisi soalmengenai pembuktian soal suatu pernyataan berkuantor. Soal-soal ini disusun berdasarkan kerangka matriks enam sel. Konten yang digunakan dalam setiap pernyataan berkuantor adalah materi teori bilangan yang sederhana. Materi ini dipilih karena subjek penelitian sudah mendapatkan mata kuliah teori bilangan pada semester sebelumnya. Instrumen penelitian dengan menggunakan matriks enam sel dapat dilihat pada table 2. Subjek penelitian diberikan waktu 120 menit menyelesaikan soal-soal pada instrument tersebut.

Tabel 2. Instrumen Penelitian

Kuanto	Predikat			
r	Selalu	Tidak	Tidak	
	Benar	selalu	Pernah	
		Benar	Benar	

Univ.	Setiap bilanga n bulat lebih besar dari satu memilik i faktor prima (Cell 1)	Untuk semua a dan b bilangan real, $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ akan berlaku: $\frac{m}{a} - \frac{m}{b} = \frac{m}{a \times b}$ (Cell 2)	Jumlah dari setiap dua bilangan ganjil adalah bilangan ganjil (Cell 3)
Eks.	Ada bilanga n bulat yang memilik i faktor yang lebih kecil atau sama dengan bilanga n tersebu t (Cell 4)	Ada bilangan real a dan b sedemikia n hingga $a < b$ dan $a^4 > b^4$ (Cell 5)	Ada dua bilangan ganjil yang jumlahny a adalah bilangan ganjil (Cell 6)

Cell 1, 2 dan 3 merupakan pernyataan kuantor universal. Cell dengan merupakan pernyataan yang perdikatnya selalu bernilai benar. Oleh karena itu pembuktian harus dilakukan secara general. Predikat pada pernyataan cell 2 tidak selalu benar, oleh karena itu tidak bisa dibuktikan secara general melainkan dengan memberikan counter-example (contoh penyanggah). Cell 3 memuat pernyataan dengan predikat selalu salah membuktikannya dapat dilakukan dengan

contoh penyanggah atau dengan general. Sementara Cell 4, 5 dan 6 memuat pernyataan berkuantor eksistensial. Pernyataan pada Cell 4 memiliki predikat yang selalu benar. Pembuktiannya dapat dilakukan dengan memberikan contoh pendukung (supportive example) atau general. Cell 5 memuat pernyataan dengan predikat tidak selalu benar untuk itu pembuktiannya dilakukan dengan contoh pendukung. Cell 6 memuat pernyataan predikat dengan selalu bernilai salah. Pembuktiannya harus dilakukan dengan general.

Analisis data penelitian dilakukan secara kualitatif deskriptif yaitu dengan memaparkan kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh subjek penelitian. Analisis kesalahan dilakukan dengan kerangka matriks enam sel. Peneliti menganalisis data dengan mengklasifikasikan (koding) kesalahan yang diperoleh melalui proses deduktif. Proses deduktif maksudnya kesalahan-kesalahan subjek penelitian akan dikelompokkan berdasarkan matriks enam sel. Dengan demikian, kesalahankesalahan akan dieksplorasi dan dikelompokkan berdasarkan dan kedalam matriks enam sel tersebut.

HASIL

Hasil penelitian akan dipaparkan berdasarkan koding kesalahan pada setiap cell dari matriks enam sel. Berdasarkan hasil koding diperoleh kesalahan-kesalahan yang dialami calon guru matematika untuk setiap tes yang diberikan terlihat pada table 3.

Tabel 3. Bentuk dan Frekuensi (dalam %) Kesalahan yang dialami oleh calon guru matematika.

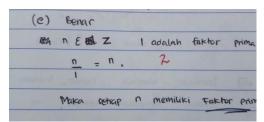
Quantar	Predikat			
Quantor	Selalu Benar	Kadang-Kadang Benar	Selalu Salah	
Univ.	Tepat menentukan validasi, tetapi memberikan bukti dengan contoh pendukung (5;6%) Salah menentukan validasi (44; 55%)	Tepat menentukan validasi, tetapi melakukan pembuktian secara general (57; 71.25%) Salah menentukan validasi (3; 3,75%)	1. Salah memberikan validasi (1; 1,25%)	
Eks.		 Tepat menentukan validasi, tetapi memberikan bukti secara general (5; 6,25%) Salah menentukan validasi (27; 33,75%) 	 Tepat menentukan validasi, tetapi memberikan bukti dengan contoh penyanggah (15; 18,75%) Salah menentukan validasi (2; 2,5%) 	

Pernyataan Berkuantor Pada Cell 1

Pernyataan: "Setiap bilangan bulat lebih besar dari satu memiliki faktor prima" adalah pernyataan yang bernilai benar untuk semua kondisi. Untuk membuktikan (menentukan validitas-nya) harus dilakukan secara general yaitu dengan menunjukkan bahwa semua bilangan bulat yang lebih besar dari satu memiliki factor prima. Calon guru matematika melakukan dua bentuk kesalahan dalam memberikan bukti pada pernyataan ini. Pertama, calon guru matematika tepat dalam

menentukan nilai kebenaran (validasi) dari pernyataan tersebut, yaitu bernilai benar. Terdapat 5 orang (6%) calon guru matematika yang mengalami kesalahan tersebut. Namun saat memberikan calon bukti. guru matematika melakukan dengan memberikan contoh pendukung (a supportive example). Cara membuktikan seperti itu menunjukkan bahwa calon guru matematika tidak mempertimbangkan kuantor universal. Pemberian contoh tidak bisa memberikan jaminan bahwa semua

bilangan bulat lebih besar dari satu memiliki factor prima. Hal tersebut terlihat pada gambar 1 di bawah ini.



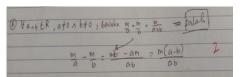
Gambar 1. Contoh Jawaban Untuk Cell 1

Metode pembuktian seperti ini menunjukkan bahwa calon guru matematika tidak melihat pernyataan dalam satu kesatuan yang utuh antara kuantifier dan predikat. Calon guru matematika melihat metode pembuktian harus dilakukan secara general tanpa mempertimbangkan konteks kuantifier dan predikat. Kesalahan kedua adalah tidak tepat menentukan nilai kebenaran atau validasi dari pernyataan. Terdapat 44 orang (55%) calon guru matematika yang mengalami kesalahan seperti itu.

Pernyataan Berkuantor Pada Cell 2

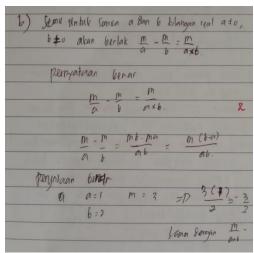
Pernyataan "Untuk semua a dan b bilangan real, $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ akan $\frac{m}{a} - \frac{m}{b} = \frac{m}{a \times b}$ memiliki berlaku: kebenaran salah. Pernyataan ini bernilai salah karena predikatnya tidak selalu benar namun dipasangkan universal dengan kuantor yang mensyaratkan berlaku untuk semua variabel. Ada dua kesalahan yang dilakukan oleh calon guru matematika

dalam membuktikan pernyataan ini. Pertama, salah dalam menggunakan metode pembuktian. Ada 57 orang (71,25 %) calon guru matematika yang mengalami kesalahan seperti ini. Calon matematika guru tepat dalam menentukan nilai kebenarannya namun membuktikan pernyataan secara general. Artinya pembuktian dilakukan dengan menunjukkan bahwa untuk semua a dan b bilangan real, $a \neq$ 0 dan $b \neq 0$ **tidak** berlaku: $\frac{m}{a} - \frac{m}{b} = \frac{m}{a \times b}$ ". Hal ini tidak tepat karena predikat tidak selalu salah, jadi membuktikannya salah untuk semua a dan b bilangan real, $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ tidaklah tepat. Hal tersebut telihat pada gambar 2 berikut.



Gambar 2. Contoh Jawaban Untuk Cell 2

Kesalahan kedua adalah salah dalam menentukan nilai kebenaran. Ada 3 orang (3,75 %) calon guru matematika yang mengalami kesalahan tersebut. Calon guru matematika mengungkapkan bahwa pernyataan tersebut secara keseluruhan (validasinya) bernilai benar. Jawaban ini diberikan karena calon guru matematika bilangan memilih beberapa melakukan coba-coba. Bilangan yang dipilih ternyata memenuhi predikat (lihat gambar 3). Akibatnya, pernyataan tersebut disimpulkan bernilai benar.



Gambar 3. Contoh Jawaban Untuk
Cell 2

Kesalahan ini muncul karena calon guru matematika tidak mempertimbangkan peran dari kuantifier dalam pernyataan tersebut.

Pernyataan Berkuantor Pada Cell 3

Pernyataan "Jumlah dari setiap dua bilangan ganjil adalah bilangan ganjil" bernilai salah. Pembuktiannya dapat dilakukan secara general maupun dengan memberikan counter example. Kedua pembuktian ini dapat dilakukan karena nilai kebenaran dari predikat adalah selalu bernilai salah. Hanya ada satu calon guru matematika yang mengalami kesalahan dalam membuktikan pernyataan ini.

Kesalahannya dalam menentukan nilai kebenaran dari pernyataan tersebut.

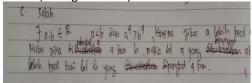
Pernyataan Berkuantor Pada Cell 4

Pembuktian pernyataan "Ada bilangan bulat yang memiliki faktor yang lebih kecil atau sama dengan bilangan tersebut" dapat dilakukan dengan general ataupun dengan memberikan contoh pendukung (a supportive example). Hal ini karena predikat selalu bernilai benar, sementara kuantifier meminta eksistensi. hanya Tidak kesalahan terapat calon guru matematika dalam membuktikan pernyataan.

Pernyataan Berkuantor Pada Cell 5

Pernyataan "Ada bilangan real a dan b sedemikian hingga a < b dan $a^4 > b^4$ " dapat dibuktikan dengan memberikan contoh pendukung (a supportive example) yang memenuhi. Pernyataan tersebut bernilai benar. Kesalahan calon guru matematika dalam membuktikan pernyataan tersebut adalah salah dalam menentukan validasi (nilai kebenaran) pernyataan dan kesalahan dalam metode pembuktian. Ada 27 orang (33,75%) calon guru matematika yang mengalami kesalahan seperti ini. Kesalahan dalam validasi berarti calon guru matematika mengungkapkan nilai kebenaran dari pernyataan tersebut "salah". Kesalahan dalam metode pembuktian adalah pembuktian dilakukan dengan general. Sebanyak 5 orang (6,25%) calon guru matematika mengalami kesalahan seperti ini pada pernyataan kelima. Pernyataan ini tidak dapat dibuktikan secara general karena predikatnya tidak selalu bernilai benar.

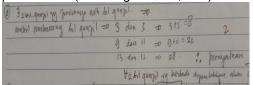
Untuk a = 0 dan b = 0 predikat bernilai salah (lihat gambar 4).



Gambar 4. Contoh Jawaban Untuk Cell 5

Pernyataan Berkuantor Pada Cell 6

Pernyataan "Ada dua bilangan ganjil yang jumlahnya adalah bilangan ganjil" bernilai salah. Pernyataan ini dibuktikan secara general menunjukkan bahwa tidak dua bilangan ganjil yang memenuhi. Calon guru mengalami kesalahan matematika berupa salah dalam menentukan validasi (2 orang atau 2,5%) dan kesalahan dalam menggunakan metode pembuktian (15 orang atau 18,75%).



Gambar 5. Contoh Jawaban Untuk Cell 6

Kesalahan dalam membuktikan terjadi karena calon guru matematika memberikan bukti dengan memberikan contoh pendukung (a supportive example) Pembuktian ini didasarkan pada perhatian pada kuantifier yang berbentuk eksistensial (lihat gambar 5). Bagi calon guru matematika, kuantor eksistensial bermakna "ada", "minimal

satu", "beberapa" menunjukkan bahwa pembuktian cukup hanya memberikan contoh. Artinya, kesalahan ini terjadi karena hanya fokus pada bentuk kuantifier. Calon guru matematika tidak mempertimbangkan bentuk predikat. Predikat yang bernilai tidak pernah benar tidak menjadi pertimbangan, akibatnya calon guru mengalami kesalahan.

Berdasarkan analisis atas kesalahan calon guru matematika untuk setiap soal yang mewakili setiap sel pada matriks enam sel, diperoleh bentuk-bentuk kesalahan yang dialmi oleh calon guru matematika. Bentuk tersebut adalah kesalahan mempertimbangkan atau fokus pada kuantifier tidak tetapi mempertimbangkan predikat; (2)mempertimbangkan atau fokus pada predikat tetapi tidak mempertimbangkan kuantifier. Hal ini menunjukkan calon matematika tidak guru mempertimbangkan pernyataan sebagai suatu kesatuan yang utuh antara komponen kuantifier, predikat dan validasi. Calon guru sering condong pada salah satu dari ketiganya.

PEMBAHASAN

Penggunaan matriks enam sel telah membantu analisis akan kesalahan yang dialami oleh calon guru menyelesaikan matematika dalam permasalahan mengenai pernyataan berkuantor. Berdasarkan analisis hasil penelitian di atas bentuk-bentuk kesalahan yang dialami oleh calon guru matematika dapat digeneralisasikan menjadi kesalahan karena hanya fokus pada kuantifier tetapi predikat tidak dan kesalahan karena fokus pada predikat tetapi kuantifier tidak. Berikut akan dibahas kedua temuan khususnya dalam kerangka matriks enam sel.

Temuan bahwa kesalahan berupa fokus pada kuantifier tetapi predikat tidak menunjukkan bahwa calon guru matematika melihat predikat dalam dua bentuk yaitu bernilai benar atau bernilai salah. Oleh karena itu saat calon guru matematika secara intuisi melihat pernyataan berkuantor universal maka yang terlintas dalam pikirannya adalah "general". Artinya pembuktian harus dilakukan secara general untuk semua pernyataan berkuantor universal mempertimbangkan tanpa validasi predikat. Predikat yang memiliki validasi selalu benar" tidak dibuktikan secara general. Matriks enam sel memberikan kerangka dalam memahami proses berpikir tersebut. Pengorganisasian pernyataan berkuantor ke dalam enam sel didasarkan pada analisis konsep predikat yang tidak hanya bernilai benar atau salah.

Temuan ini sejalan dengan hasil penelitian terdahulu (Tsamir & dkk, 2009; Tabach & dkk, 2010; Tabach & dkk, 2012; Levenson & dkk, 2012), dimana siswa ataupun guru kesulitan dalam menemukan contoh penyanggah dalam menolak pernyataan berkuantor universal dengan predikat tidak pernah benar atau tidak selalu benar. Guru memiliki tendensi untuk memberikan

menunjukkan bahwa semua domain tidak memenuhi predikat (selalu salah). Artinya guru memiliki pemahaman bahwa kalau "Untuk semua a dan b bilangan real, $a \neq 0$ dan $b \neq 0$ akan berlaku: $\frac{m}{a} - \frac{m}{b} = \frac{m}{a \times b}$ " bernilai salah itu berarti karena tidak ada satu pun bilangan real a dan b yang memenuhi. Padahal dalam predikat "tidak selalu benar" seperti ini hal tersebut tidak berlaku.

Temuan kedua mengenai kesalahan karena mempertimbangkan predikat tetapi tidak kuantifier. Temuan ini menunjukkan bahwa calon guru matematika melihat kuantor menjadi penentu dalam memberikan bukti atas suatu pernyataan matematis. Calon guru matematika tersebut melihat selama contoh pendukung (a supportive example) dapat diberikan itu artinya pernyataan sudah dapat dibuktikan. Temuan ini sejalan dengan temuan sebelumnya yang mengungkapkan bahwa siswa sulit untuk mengkonstruksi bukti secara general (Bell, 1976). Selain itu temuan ini juga sesuai dengan sebelumnya penelitian vang mengungkapkan bahwa siswa sulit menerima validasi dengan bukti general, dimana mereka tetap membutuhkan contoh pendukung yang menunjukkan pernyataan tersebut benar (Fischbein, 1982).

Meskipun sejalan dengan penelitian sebelumnya, penelitian ini memberikan kontribusi dalam beberapa hal. Pertama, penelitian ini memberikan pemahaman akan kesulitan dan

kesalahan calon guru matematika pada pernyataan berkuantor tunggal dengan menggunakan kerangka matriks enam sel. Penelitian sebelumnya belum menggunakannya dalam konteks calon guru matematika. Kedua, penelitian ini memang tidak fokus pada analisis atas metode pembuktian yang diberikan oleh calon guru matematika, namun temuan memberikan informasi bahwa calon guru cenderung tidak memperhatikan struktur dari pernyataan matematis yang terdiri dari kuantifier dan predikat dalam kesatuan vang utuh. Calon guru cenderung fokus pada salah satu dari keduanya.

Temuan dalam penelitian ini dimaknai dalam beberapa harus keterbatasan. Pertama, penelitian ini menggunakan pernyataan-pernyataan mengenai teori bilangan elementer. Kesulitan dalam memahami pernyataan berkuantor dapat berbeda dalam konteks materi (konten) yang lain khususnya konten yang lebih konteks. Penelitian ini tidak mencakup hal tersebut. Kedua, penelitian ini tidak menganalisis faktor bahasa digunakan oleh calon guru matematika, vang notabene berasal dari berbagai pesolok Indonesia dengan bahasa suku yang berbeda-beda. Berbagai penelitian menunjukkan bahwa faktor bahasa sangat mempengaruhi pemahaman akan kuantifikasi (Dawkins , 2017; Dawkins & Roh, 2016; 2019).

PENUTUP Simpulan

Dari temuan dan pembahasan di atas dapat disimpulkan calon guru matematika mengalami kesalahan dan kesulitan dalam membuktikan berkuantor pernyataan matematis tunggal. Kesulitan dan kesalahan tersebut adalah (1) mempertimbangkan atau fokus pada kuantifier tetapi tidak mempertimbangkan predikat: (2)mempertimbangkan atau fokus pada predikat tetapi tidak mempertimbangkan kuantifier. Secara singkat dapat dikatakan bahwa calon guru tidak melihat pernyataan matematika berkuantor tunggal sebagai suatu kesatuan yang utuh antara komponen kuantifier, predikat dan validasi. Calon guru sering condong pada salah satu dari ketiganya.

Saran

Temuan penelitian ini memberikan implikasi pada pengajaran pernyataan berkuantor dalam pendidikan calon guru matematika. Dosen ataupun pengajar diharapkan menggunakan matriks enam sel sebagai rujukan dan kerangka dalam mengajar pernyataan matematis berkuantor tunggal. Selain itu, dari sisi penelitian, dalam kerangka matriks enam sel, kesulitan karena faktor bahasa ibu atapun bahasa suku perlu diselidiki lebih lanjut.

DAFTAR PUSTAKA

Bell, A.W. 1976. A study of pupils' proofexplanations in mathematical situations. Educational Studies in Mathematics. 7(1 & 2), 23-40.

- Brousseau, G. (2002). Theory of Didactical Situation in Mathematics. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Dawkins, P. C. (2017). On The Importance Of Set-Based Meanings For Categories And Connectives In Mathematical Logic. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 3, 496-522.
- Dawkins, P. C., & Roh, K. H. (2016). Promoting Metalinguistic Metamathematical Reasoning in Mathematics Proof-Oriented Courses: а Method and Framework. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 2(2), 197-222. doi:10.1007/s40753-016-0027-
- Dawkins, P. C., & Roh, K. H. (2019).

 Assessing the Influence of Syntax,
 Semantics, and Pragmatics in
 Student Interpretation of Multiply
 Quantified Statements in
 Mathematics. International Journal
 of Research in Undergraduate
 Mathematics Education, 6(1), 1–22.
 doi:10.1007/s40753-019-00097-2
- Dubinsky, E. & Yiparaki, O. (2000). On Student Understanding Of AE And EA Quantification. In E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. Kaput Η. (Eds.), CMBS issues in mathematics education 239-289). (pp. RI: Providence, American Mathematical Society.

- Epp, S. (1999). The Language Of Quantification In Mathematics Instruction. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), Developing mathematical reasoning in grades K-12 (1999 Yearbook) (pp. 188–197). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Fischbein, E. (1982). *Intuition and Proof.* For the Learning Mathematics, 3(2), pp. 9–18.
- (2016). Kemendikbud. Peraturan Menteri Pendidikan Dan Kebudayaan Nomor 21 Tahun 2016 Tentang Standar Isi Pendidikan Dasar Dan Menengah. Jakarta: Kemendikbud. Retrieved from http://bsnp-indonesia.org/wpcontent/uploads/2009/06/Permendik bud Tahun2016 Nomor021 Lampir an.pdf
- Levenson, E., Tsamir, P., Tirosh, D., Dreyfus, T., Barkai, R., & Tabach, M. (2012). Focusing on the Interactive Development of Secondary School Teachers' Knowledge of Mathematical Statements. Investigations in Mathematics Learning, 5, 2, 44-56.
- NCTM. (2000). Principles and Standard for School Mathematics. Reston Virginia: The National Council of Mathematics of Teacher of Mathematics, Inc.
- Piatek-Jimenez, K. (2010). Students Interpretations Of Mathematical Statements Involving Quantification.

- Mathematics Education Research Journal, 22, 3, 41-56.
- Tabach, M., Barkai, R., Tsamir, P., Tirosh, D., Dreyfus, T., & Levenson, E. (2010). Verbal Justification—Is It A Proof? Secondary School Teachers' Perceptions. International Journal of Science and Mathematics Education, 8(6), 1071–1090. doi:10.1007/s10763-010-9230-7
- Tabach, M., Levenson, E., Barkai, R., Tsamir, P., Tirosh, D., & Dreyfus, T. Organizer (2012).An Of Mathematical Statements For Teachers: The Six-Cell Matrix. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 43(6), 765-777. doi:10.1080/0020739x.2012.662287
- Tabach, M., Levenson, E., Barkai, R., Tirosh, D., Tsamir, P., & Dreyfus, T. (2010). Secondary School Teachers' Awareness Of Numerical Examples As Proof. Research in Mathematics Education, 12, 2, 117-131.
- Tamba, K. P., Saragih, M. J., & Listiani, T. (2018). Learning Trajectory Of Quadratic Inequality. JOHME: Journal of Holistic Mathematics Education, 2(1), 12. DOI:10.19166/johme.v2i1.1202
- Tirosh, C. 2002. The Ability Of Prospective Teachers To Prove Or To Refute Arithmetic Statements. Disertasi. Jerusalem, Israel: The Hebrew University.

- Tsamir, P., D. Tirosh, T. Dreyfus, R. Barkai, and M. Tabach. 2009. Should Proof Be Minimal? Ms T's Evaluation Of Secondary School Students' Proofs. Journal for Mathematical Behavior 28, no. 1: 5867.
- Van de Walle, J.A. (2008). Elementary & Middle School Mathematics: Teaching Developmentally (Second Canadian edition). Longman. New York, NY.