

**Submitted:** 2020-07-12**Published:** 2020-07-20

MODEL MATEMATIKA PADA PENYEBARAN PENYAKIT HEPATITIS A DI KABUPATEN JEMBER

Nurul Imamah^a, Fitriana Putri^b, Wuryansari Muharini Kusumawinahyu^c, Visi Budikusuma^d,

a,b, d Universitas Muhammadiyah Jember, Indonesia

c Universitas Brawijaya, Malang, Indonesia

nurulimamah@unmuhiember.ac.id a), fitrianaputri@unmuhiember.ac.id b),
wmuharini@ub.ac.id c) Visi.kusumabudi@gmail.com d)

Article Info

Keywords : Mathematical Model; Hepatitis A; Jember

Abstract

Since December 26, 2019, the Government of Jember Regency, East Java has again determined the status of an extraordinary event (KLB) for hepatitis A disease or liver inflammation caused by hepatitis A virus (HAV) infection. The spread of Hepatitis A Virus infection can be analyzed using the SIR mathematical model (suspected, infected, and recovered). From the SIR model, there are two equilibrium points, namely $E_1=(\mu/\gamma, 0, 0)$ and $E_2= ((\alpha+\gamma+\delta)/\beta, \mu/(\alpha+\gamma+\delta)-\gamma/\beta, \alpha\mu/\gamma (\alpha+\gamma+\delta) -\alpha/\beta)$ which is useful for measuring the level of virus spread. Meanwhile, to analyze the stability, the Jacobi matrix linearization was used

Kata Kunci: Model

Matematika; Hepatitis A; Kabupaten Jember

Abstrak

Sejak tanggal 26 Desember 2019, Pemerintah Kabupaten Jember, Jawa Timur kembali menetapkan status kejadian luar biasa (KLB) untuk penyakit hepatitis A atau peradangan hati yang disebabkan oleh infeksi virus hepatitis A (HAV). Penyebaran Infeksi Virus Hepatitis A ini dapat di Analisa menggunakan model matematika SIR (*suspected, infected, dan recovered*). Dari model SIR didapat dua titik kesetimbangan yaitu $E_1 = \left(\frac{\mu}{\gamma}, 0, 0\right)$ dan $E_2 = \left(\frac{\alpha+\gamma+\delta}{\beta}, \frac{\mu}{\alpha+\gamma+\delta} - \frac{\gamma}{\beta}, \frac{\alpha\mu}{\gamma(\alpha+\gamma+\delta)} - \frac{\alpha}{\beta}\right)$ yang berguna untuk mengukur tingkat penyebaran virus. Sedangkan untuk menganalisis kestabilan, digunakan linierisasi matriks jacobi.

PENDAHULUAN

Hepatitis A adalah penyakit menular yang disebabkan oleh virus Hepatitis A (HAV) melalui fecal-oral, yakni virus masuk ke dalam tubuh seseorang ketika mengkonsumsi makanan atau minuman yang terkontaminasi tinja mengandung HAV. Hepatitis A merupakan penyakit menular yang ringan, sehingga dapat sembuh spontan atau sempurna tanpa gejala sisa, serta tidak menimbulkan infeksi kronis. Penderita biasanya cenderung mengalami penyembuhan sendiri (*self limiting disease*) dengan kematian yang sangat sedikit yaitu sekitar 0,10-0,30%. Hepatitis A sering menyebabkan kejadian luar biasa dalam periode waktu satu hingga dua bulan dengan kecenderungan berulang secara siklik (Kemenkes RI, 2011).

Saat ini penyakit Hepatitis A menjadi salah satu isu kesehatan masyarakat yang harus diperhatikan di Indonesia. Kasus Hepatitis A setiap tahun di Indonesia selalu

mengalami peningkatan, hal ini mengakibatkan Indonesia termasuk negara dengan status endemis Hepatitis (Kemenkes RI, 2014). KLB Hepatitis A di beberapa daerah seringkali dipengaruhi oleh faktor higiene sanitasi personal dan lingkungan yang kurang baik. Untuk menurunkan prevalensi kejadian Hepatitis A diperlukan adanya pembinaan, penyuluhan dan peran serta masyarakat dengan meningkatkan pola hidup bersih dan sehat (World Health Organization, dalam Wahyudin Nur 2016).

Kasus penyebaran penyakit Hepatitis A merupakan salah satu masalah yang dihadapi oleh pemerintah Kabupaten Jember. Jika penyebaran Hepatitis A ini tidak ditangani dengan baik, maka besar kemungkinan jumlah kasus Hepatitis A di Kabupaten Jember dapat menjadi tidak terkendali. Oleh karena itu, penelitian mengenai penyebaran Hepatitis A di Kabupaten Jember sangat diperlukan.

METODE

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian kepustakaan dengan melakukan Analisis dan Pemecahan Masalah Dari berbagai sumber pustaka yang sudah menjadi bahan kajian dengan melakukan langkah-langkah pemecahan masalah secara garis besar sebagai berikut:

1. Membangun model matematika penyebaran penyakit Hepatitis A.
2. Menganalisis model matematika penyebaran penyakit Hepatitis A.
3. Melakukan simulasi model matematika penyebaran penyakit Hepatitis A menggunakan software Matlab.
4. Menguji kesesuaian model matematika penyebaran penyakit Hepatitis A dengan data riil yang terjadi di Kabupaten Jember.
5. Melakukan prediksi jumlah kasus penyebaran penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember.

HASIL DAN PEMBAHASAN

- (1) Model matematika penyebaran penyakit Hepatitis A

$$\frac{dS}{dt} = \mu - \beta SI - \gamma S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \alpha I - \gamma I - \delta I$$

$$\begin{aligned}\frac{dR}{dt} &= \alpha I - \gamma R \\ \frac{ds}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} &= (\mu - \beta SI - \gamma S) \\ &\quad + (\beta SI - \alpha I - \gamma I - \delta I) \\ &\quad + (\alpha I - \gamma R) \\ &= \mu - \gamma S - \gamma I - \delta I - \gamma R \\ &= \mu - \gamma(S + I + R) - \gamma I\end{aligned}$$

$$\frac{dN}{dt} = \mu - \gamma N - \gamma I$$

$$\text{Sehingga } S + I + R = N$$

(2) Hasil Analisis model matematika penyebaran penyakit Hepatitis A, Analisis Model matematika pada penyebaran penyakit Hepatitis A ini meliputi titik kesetimbangan model dan kestabilan dari titik kesetimbangan

2.1 Titik Kesetimbangan

$$\beta SI - \alpha I - \gamma I - \delta I = 0$$

$$I(\beta S - \alpha - \gamma - \delta) = 0$$

$$I = 0 \quad \text{atau} \quad \beta S - \alpha - \gamma - \delta = 0$$

$$\beta S = \alpha + \gamma + \delta$$

$$S = \frac{\alpha + \gamma + \delta}{\beta}$$

Berdasarkan analisa tersebut, maka titik kesetimbangan dibagi menjadi dua yaitu titik

kesetimbangan bebas penyakit atau tidak ada yang terinfeksi ($I=0$) dan titik kesetimbangan Endemic penyakit $S = \frac{\alpha+\gamma+\delta}{\beta}$

1. Kasus I ($I = 0$)

$$\alpha I - \gamma R = 0$$

$$-\gamma R = 0$$

$$R = 0$$

$$\mu - \beta S I - \gamma S = 0$$

$$\mu - \gamma S = 0$$

$$-\gamma S = -\mu$$

$$S = \frac{\mu}{\gamma} .$$

$$\text{Jadi, } E_1 = \left(\frac{\mu}{\gamma}, 0, 0 \right)$$

2. Kasus II, titik kesetimbangan Endemic

$$\text{penyakit } S = \frac{\alpha+\gamma+\delta}{\beta}$$

$$S = \frac{\alpha + \gamma + \delta}{\beta}$$

$$\mu - \beta S I - \gamma S = 0$$

$$-\beta S I = -\mu + \gamma S$$

$$-\beta \left(\frac{\alpha + \gamma + \delta}{\beta} \right) I$$

$$= -\mu$$

$$+ \gamma \left(\frac{\alpha + \gamma + \delta}{\beta} \right)$$

$$-(\alpha + \gamma + \delta)I = \frac{-\mu\beta}{\beta}$$

$$+ \frac{\gamma(\alpha + \gamma + \delta)}{\beta}$$

$$I = \frac{-\mu\beta + \gamma(\alpha + \gamma + \delta)}{-\beta(\alpha + \gamma + \delta)}$$

$$I = \frac{\mu}{\alpha + \gamma + \delta} - \frac{\gamma}{\beta}$$

$$\alpha I - \gamma R = 0$$

$$\alpha I = \gamma R$$

$$\alpha \left(\frac{\mu}{\alpha + \gamma + \delta} - \frac{\gamma}{\beta} \right) = \gamma R$$

$$\frac{\alpha}{\gamma} \left(\frac{\mu}{\alpha + \gamma + \delta} - \frac{\alpha}{\beta} \right) = R$$

$$\frac{\alpha\mu}{\gamma(\alpha + \gamma + \delta)} - \frac{\alpha\gamma}{\beta\gamma} = R$$

$$\frac{\alpha\mu}{\gamma(\alpha + \gamma + \delta)} - \frac{\alpha}{\beta} = R$$

$$E_2 = \left(\frac{\alpha + \gamma + \delta}{\beta}, \frac{\mu}{\alpha + \gamma + \delta}, \frac{\gamma}{\beta}, \frac{\alpha\mu}{\gamma(\alpha + \gamma + \delta)}, -\frac{\alpha}{\beta} \right)$$

b. Kestabilan dari titik kesetimbangan

Kestabilan dari titik kesetimbangan diperoleh dengan menggunakan linierisasi matriks jacobii sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -\beta I - \gamma & -\beta S \\ \beta I & \beta S - \alpha - \gamma - \delta \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} J(E_1) &= J(1,0) \\ &= \begin{bmatrix} -\gamma & -\beta \\ 0 & \beta - \alpha - \gamma - \delta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\lambda_1 = -\gamma < 0$$

$$\lambda_2 = \beta - \alpha - \gamma - \delta$$

Jika $\beta < \alpha + \gamma + \delta < 0$ E₁S.A
 $\beta > \alpha + \gamma + \delta > 0$ E₁T.S.P

Untuk nilai eigen $\lambda_1 = -\gamma$ substitusi ke matriks jacobii

$$\begin{aligned} (J - \lambda I)\mu &= \begin{bmatrix} -\gamma & -\beta \\ 0 & \beta - \alpha - \gamma - \delta \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} -\gamma & 0 \\ 0 & -\gamma \end{bmatrix} \mu \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -\beta \\ 0 & \beta - \alpha - \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ 0 \end{bmatrix} = U_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk nilai eigen $\lambda_2 = \beta - \alpha - \gamma - \delta$

$$\begin{aligned} J - \lambda I &= \begin{bmatrix} -\gamma & -\beta \\ 0 & \beta - \alpha - \gamma - \delta \end{bmatrix} - \\ &\quad \begin{bmatrix} \beta - \alpha - \gamma - \delta & 0 \\ 0 & \beta - \alpha - \gamma - \delta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \beta - \delta & -\beta \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$(\beta - \alpha - \delta) v_1 - \beta v_2 = 0$$

$$\begin{aligned} -\beta v_2 &= -(\beta - \alpha - \delta) v_1 \\ v_2 &= \frac{(\beta - \alpha - \delta)}{-\beta} v_1 \end{aligned}$$

Oleh karena itu, diperoleh vector eigen sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta \\ \beta - \alpha - \delta \end{bmatrix}$$

$$\beta < \alpha + \delta < 0$$

$$\beta < \alpha + \delta > 0$$

$$\begin{aligned} J(E_2) &= J \left(\frac{\alpha + \gamma + \delta}{\beta}, \frac{\mu}{\alpha + \gamma + \delta} - \frac{\gamma}{\beta} \right) \\ &= \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} -\beta \left(\frac{\mu}{\alpha + \gamma + \delta} - \frac{\gamma}{\beta} \right) - \gamma & -\beta \left(\frac{\alpha + \gamma + \delta}{\beta} \right) \\ -\beta \left(\frac{\mu}{\alpha + \gamma + \delta} - \frac{\gamma}{\beta} \right) - \gamma & \beta \left(\frac{\alpha + \gamma + \delta}{\beta} \right) - \alpha - \gamma - \delta \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} J(E_2) &= \begin{bmatrix} -\beta \left(\frac{\mu}{\alpha + \gamma + \delta} - \frac{\gamma(\alpha + \gamma + \delta)}{\beta(\alpha + \gamma + \delta)} \right) - \frac{\gamma\beta(\alpha + \gamma + \delta)}{\beta(\alpha + \gamma + \delta)} & -\alpha + \gamma + \delta \\ \frac{\beta\mu}{\alpha + \gamma + \delta} - \frac{\gamma(\alpha + \gamma + \delta)}{\alpha + \gamma + \delta} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$(J - \lambda I) = \begin{bmatrix} -\beta\mu & \lambda - (\alpha + \gamma + \delta) \\ \frac{\beta\mu - \gamma(\alpha + \gamma + \delta)}{\alpha + \gamma + \delta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$|J - \lambda I| = \left(\frac{-\beta\mu}{\beta(\alpha + \gamma + \delta)} - \lambda \right) (-\lambda) \cdot \left(-(\alpha + \gamma + \delta) \left(\frac{\beta\mu - \gamma(\alpha + \gamma + \delta)}{\alpha + \gamma + \delta} \right) \right)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\beta\mu}{\beta(\alpha + \gamma + \delta)} \lambda + \lambda^2 + \beta\mu + \gamma(\alpha + \gamma + \delta) \end{aligned}$$

a. Jika $D = 0$ $\lambda_1 = \lambda_2$
 $\lambda_{1,2} = \frac{-\beta\mu}{\beta(\alpha + \gamma + \delta)} < 0$ S.A

b. Jika $D < 0$ $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C}$
 $\operatorname{Re}(\lambda_1, \lambda_2) < 0$
 Karena $\lambda_{1,2} = -\frac{\mu}{(\alpha + \gamma + \delta)} < 0$, maka
 Stabil Asimtotik

c. Jika $D > 0$ $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$
 $\lambda_1 + \lambda_2 = \left(-\frac{\mu}{(\alpha + \gamma + \delta)}\right) < 0$

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 = \beta\mu + \gamma(\alpha + \gamma + \delta) > 0$$

Karena $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$, maka Stabil asimtotik.

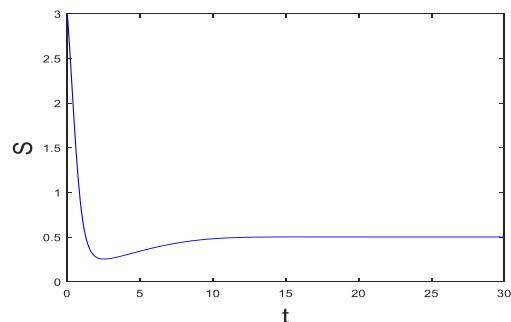
(3) melakukan simulasi Numerik model matematika penyebaran penyakit Hepatitis A dengan,

Simulasi numerik dalam penelitian ini menggunakan software Matlab, sadapun source code simulasi sebagai berikut:

```
function xprime=sir(t,x);
miu = 0.5;
beta = 0.8;
alpa= 0.1;
gamma=0.1;
delta=0.2;
dx1dt = miu - gamma*x(1) - beta*x(1)*x(2);
dx2dt = beta*x(1)*x(2) - alpa*x(2)-gamma*x(2)-delta*x(2);
dx3dt = alpa*x(2) - gamma*x(3);
xprime = [dx1dt;dx2dt;dx3dt];
```

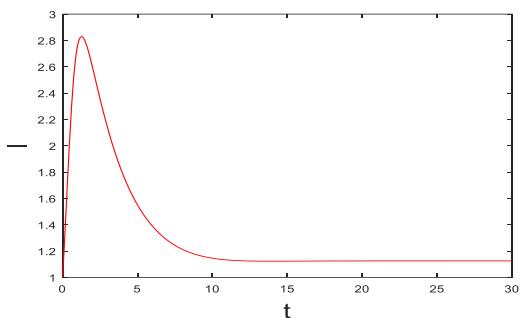
```
clc;
clear;
x0=[3 1 0];
tspan =[0 30];
[t,x] = ode45(@sir,tspan,x0);
figure(1)
plot(t,x(:,1),'b-')
xlabel('t','FontSize',20),
ylabel('S','FontSize',20)
figure(2)
plot(t,x(:,2),'r-')
xlabel('t','FontSize',20),
ylabel('I','FontSize',20)
figure(3)
plot(t,x(:,3),'g-')
xlabel('t','FontSize',20),
ylabel('R','FontSize',20)
figure(4)
plot(t,x(:,1),'b-')
hold on
plot(t,x(:,2),'r-')
hold on
plot(t,x(:,3),'g-')
xlabel('t','FontSize',20),
ylabel('SIR','FontSize',20)
```

Diperoleh grafik sebagai berikut:



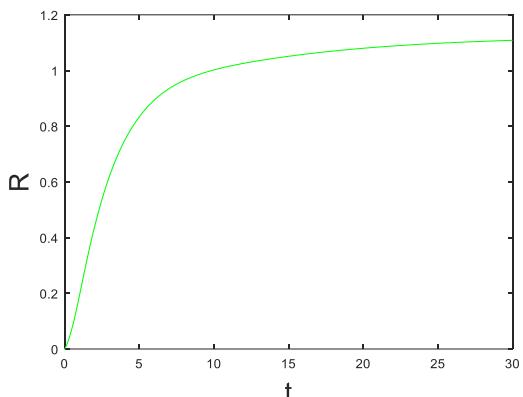
Gambar 3.1 Grafik Penyelesaian S terhadap t

Berdasarkan grafik tersebut, maka dapat diketahui semakin bertambahnya waktu, maka individu yang rentan akan semakin stabil.



Gambar 3.2 Grafik Penyelesaian I terhadap t

Berdasarkan grafik tersebut, maka dapat diketahui semakin bertambahnya waktu, maka individu yang terinfeksi akan semakin sedikit, hal ini dapat pula disebabkan oleh upaya-upaya yang dilakukan pemerintah setempat Bersama tim medis untuk mencegah penyebaran penyakit Hepatitis tersebut.



Gambar 3.3 Grafik Penyelesaian R terhadap t

Grafik 3.3 diatas, menyatakan bahwa semakin bertambahnya waktu, maka individu yang sembuh akan semakin banyak, hal ini berbanding terbalik dengan individu yang terinfeksi, artinya semakin bertambahnya waktu maka individu yang terinfeksi akan semakin sedikit karena individu yang sembuh semakin banyak. Sedangkan perbandingan hasil dari ketiga grafik tersebut sebagai berikut:

- (4) Menguji kesesuaian model matematika penyebaran penyakit Hepatitis A dengan data yang terjadi di lapangan, Adapun pada tahap ini peneliti mengambil data dari dinas kesehatan masyarakat Jember.

Tabel 1. Data jumlah penduduk kota Jember

Tahun	Jumlah Pend. Laki-laki	Jumlah Pend Wanita	Total
2016	1.188.8 66	1.230.134	2.419. 000
2017	1.194.4 96	1.235.689	2.430. 185
2018	1.199.8 20	1.240.894	2.440. 714

Sumber: BPS kabupaten Jember

Adapun data penyebaran penyakit hepatitis A dikabupaten jember yang diperoleh dari dinas kesehatan Jember sejak tahun 2017-hingga tahun 2018 sebagai berikut:

Tabel.2 Penyebaran Penyakit Hepatitis A

Tahun	Jml Penderita hepatitis A
2016	293
2017	512
2018	185

Sumber: Dinas Kesehatan Jember

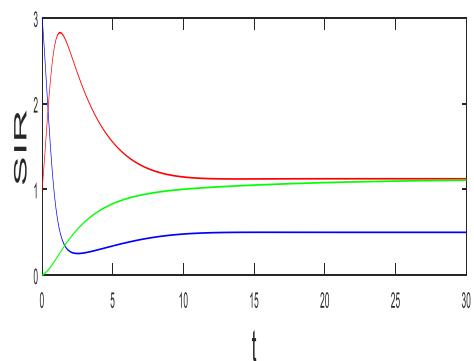
Untuk menguji kesesuaian model matematika penyebaran penyakit Hepatitis A dengan data yang terjadi di lapangan diperlukan laju kelahiran (μ), laju kematian

alami (γ), laju individu yang rentan terinfeksi (β), dan laju kematian individu yang terinfeksi (α).

Tabel 3. Parameter pada SIR

Tahun	μ	γ	β	α
2016	0,49%	0,43%	0,12%	0,06%
2017	0,43%	0,325%	0,21%	0,105%
2018	0,46%	0,4225%	0,075%	0,0375%

Berdasarkan data yang diperoleh, serta berdasarkan penentuan parameter parameter pada model SIR, maka simulasi numerik yang dihasilkan sebagai berikut:

Gambar 3.4 Grafik Penyelesaian SIR terhadap t

Berdasarkan grafik tersebut dengan mengubah paremater sesuai dengan data

real yang ada maka dapat disimpulkan bahwa semakin bertambahnya waktu maka individu yang *suspected* akan mudah terinfeksi, akan tetapi tidak berlangsung lama, sehingga individu yang *infected* dapat segera menjadi individu yang *recovered*

penelitian ini adalah model matematika SIR. Model SIR pada penyakit Hepatitis A meliputi tiga variable yaitu: populasi yang rentan *S(Suspected)*, populasi yang terinfeksi *I (Infected)*, dan populasi yang sembuh *R (Recovered)*. Model SIR yang dibentuk yaitu:

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data deskriptif jumlah penduduk dan jumlah terinfeksi Hepatitis, maka diperoleh Asumsi-asumsi dalam penelitian ini meliputi beberapa hal yaitu:

- Populasi tertutup
- Penyakit adalah penyakit menular dan dapat disembuhkan
- Laju Kelahiran sama dengan laju kematian, baik kematian alami maupun karena penyakit
- Laju penularan penyakit dari *S* ke *I* adalah Bilinier
- Laju Kesembuhan Penyakit dari *I* ke *R* adalah Bilinier
- Pasien sembuh tidak terinfeksi kembali, karena memiliki *immune* yang kuat

Berdasarkan asumsi asumsi tersebut, maka model matematika yang digunakan dalam

$$\frac{dS}{dt} = \mu - \beta SI - \gamma S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \alpha I - \gamma I - \delta I$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha I - \gamma R$$

Dari model tersebut diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu $E_1 = \left(\frac{\mu}{\gamma}, 0, 0\right)$ dan $E_2 = \left(\frac{\alpha + \gamma + \delta}{\beta}, -\frac{\gamma}{\beta}, \frac{\alpha\mu}{\gamma(\alpha + \gamma + \delta)} - \frac{\alpha}{\beta}\right)$

DAFTAR PUSTAKA

- Effelerre, Thierry P. Van. A. 2019. *Mathematical Model of Hepatitis A Transmission in the United States Indicates Value of Universal Childhood Immunization*. Major Article: San Fransisco

- Harisma, F. B Dkk, 2018, *Analisis Kejadian Luar Biasa Hepatitis A Di Sma X Kabupaten Lamongan Tahun 2018*. Jurnal berkala epidemiologi Volume 6 Nomor 2 (2018) 112-121 DOI: 10.20473/jbe.v6i2.2018. 112-121
- Kemenkes RI. (2011). Buku pedoman penyelidikan dan penanggulangan kejadian luar biasa penyakit menular dan keracunan pangan (pedoman epidemiologi penyakit) Jakarta: Ditjen PP & PL, Kementerian Kesehatan RI.
- Larasati, Devi. Dkk. *Analisis Model Matematika Untuk Penyebaran Virus Hepatitis B*. Program Studi Matematika Jurusan Matematika Universitas Diponegoro Semarang
- M. Khalid, M. Sultana dan F.S. Khan. 2015. Numerical Solution of SIR Model of Dengue Fever. *International Journal of Computer Applications*. 118(21):1-4.
- Mulisi, Subro. 2011 *Pengaruh Vaksinasi Terhadap Dinamika Populasi Pada Model Sir (Susceptible-Infected-Recovered)*. Departemen Matematika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Pertanian Bogor
- Nur, W., Rachman, H. 2016. *Pemodelan Matematika Pada Penularan Penyakit Demam Berdarah Dengue Di Kabupaten Polewali Mandar*,
- Sasoka, D.S., Satyabakti, P. 2014. *Hubungan antara hygiene perseorangan dengan kejadian hepatitis a pada pelajar/mahasiswa*. Jurnal Berkala Epidemiologi, Vol. 2, No. 3 September 2014: 331–341
- Sanityoso, A. 2009. Hepatitis Virus Akut. Buku Ajar Ilmu Penyakit Dalam Jilid I Edisi V. Jakarta. Departemen Ilmu Penyakit Dalam Fakultas Kedokteran Universitas Indonesia
- Syafruddin S. dan M.S.M. Noorani. 2013. A SIR Model for Spread of Dengue Fever Disease (Simulation for South Sulawesi, Indonesia and Selangor, Malaysia). *World Journal of Modelling and Simulation*. 9(2):96-105.
- Rangkuti, YM, Syafruddin S. dan M.S.M. Noorani. 2014. *Numerical Analytic Solution of SIR Model of Dengue Fever Disease in South Sulawesi using Homotopy Perturbation Method and Variational Iteration Method*. *Journal of Mathematical Fundamental Science*. 46(1):91-105.

Teknologi Al Kamal Jakarta. *Jurnal AKRAB JUARA* Vol. 3 No. 1 , 138-148.

Sugiyono. (2018). Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D. Bandung: Alfabeta.